

محاضرة إحصاء تطبيقي في بحوث الإعلام

دكتور / عادل صادق محمد

مقاييس النزعة المركزية

- أولاً : الوسط الحسابي .
- ثانياً : الوسيط .
- ثالثاً : المنوال .
- رابعاً : العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال .
- خامساً : تحديد التواء التوزيع من مقاييس النزعة المركزية.

أعزائي الطلاب

إليك محاضرة مقاييس النزعة المركزية .. ومحاورها : الوسط الحسابي (المتوسط) والوسيط والمنوال .. وشكل التواء التوزيع .
فافتراض أن هناك عينة من الفردات وأردنا معرفة متوسط أعمارها مثلا ..
والوسيط بتاعها الذي يقسمها قسمين ، والمنوال وهو الأعمار المكررة بالعينة .
والالتواء معناه توزيع العينة حول متوسطها الحسابي

والمحاضرة من الداخل مشروحة بأمثلة طرق حساب الوسط (المتوسط الحسابي) ، والوسيط ، والمنوال ، وحساب شكل اعتدال التوزيع .

وقد بسطت المحاضرة نظراً للظروف الحالية التي نمر بها ، بطريقة سهلة ومبسطة مع وضع مثال محلول تستطيع أن تفهم منه بسهولة .

مع أمنياتي بالتوفيق

مقاييس النزعة المركزية

إن الأسلوب البياني في تحليل ودراسة الظواهر لتحديد الخصائص والاتجاهات والعلاقات ، يعتمد في دقته على دقة التمثيل البياني نفسه وبذلك ربما تختلف الخصائص من رسم إلى آخر لنفس الظاهرة، وعليه فإنه من الأفضل اللجوء إلى طرق القياس الكمي، حيث يستخدم الباحث الطريقة الرياضية في القياس.

فالهدف الأساسي من استخدام مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت هو تلخيص البيانات في محاولة أخرى لوصفها عن طريق التعرف على مركزها ومقدار تشتت البيانات حول هذا المركز (درجة تجانس البيانات) ومن خلال هذين المؤشرين يتمكن الباحث من فهم أبعاد الظاهرة قيد الدراسة.

ومن أهم مقاييس النزعة المركزية التي سنتعرض إليها بالدراسة الوسط الحسابي والوسيط والمنوال ، كما سنتعرض بالدراسة لحساب كل منهم من البيانات المفردة (الغير مبوبة) ومن البيانات المبوبة .

أولاً : الوسط الحسابي (المتوسط)

الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو القيمة التي لو أعطيت لكل مفردة في المجموعة لكان مجموع قيم المفردات الجديدة مساوٍ لمجموع قيم المتغيرات الأصلية .

ويعرف أيضاً بأنه مجموع قيم المشاهدات مقسوماً على عددها ويرمز له بالرمز (\bar{x}) أو بالرمز (M)
حساب الوسط الحسابي من البيانات الغير مبوبة (المفردة)

يحسب المتوسط الحسابي من البيانات الغير مبوبة من العلاقة التالية:

$$\bar{x} = M = \frac{\sum x}{n}$$

حيث :-

\bar{x} = M = الوسط الحسابي

$\sum x$ = مجموع

x = القيمة

n = عدد الأفراد

مثال :-

احسب الوسط الحسابي لدرجات ٨ طلاب في مادة الإحصاء والتي كان بياناتهم كالتالي :

$$٩ - ٨ - ٨ - ٧ - ٦ - ٥ - ٣ - ٢$$

الحل :

$$\text{س} = \frac{٩+٨+٨+٧+٦+٥+٣+٢}{٨} = \frac{٤٨}{٨} = ٦ \text{ درجات}$$

حساب الوسط الحسابي من البيانات المبوبة

توجد ثلاث طرق لحساب المتوسط الحسابي من البيانات المبوبة هي :

١- الوسط الحسابي بطريقة مراكز الفئات

$$\text{س} = \frac{\text{مج (س} \times \text{ك)}}{\text{مج ك}}$$

حيث :-

س = الوسط الحسابي

مج = مجموع

س = مركز الفئة = (بداية الفئة + بداية الفئة التالية) / ٢

ك = التكرار

مثال :

الجدول التالي يوضح العلاقة بين فئات الدخل بأحد المصانع وعدد العمال والمطلوب من واقع بيانات الجدول حساب الوسط الحسابي بطريقة مراكز الفئات .

٨٠٠-٧٠٠	-٦٠٠	-٥٠٠	-٤٠٠	-٣٠٠	-٢٠٠	-١٠٠	فئات الدخل
٦	٨	١٦	٢٨	٢٠	١٢	١٠	عدد العمال

الحل :

نكون الجدول التالي :

س × ك	س	ك	ف
١٥٠٠	١٥٠	١٠	-١٠٠
٣٠٠٠	٢٥٠	١٢	-٢٠٠
٧٠٠٠	٣٥٠	٢٠	-٣٠٠
١٢٦٠٠	٤٥٠	٢٨	-٤٠٠
٨٨٠٠	٥٥٠	١٦	-٥٠٠
٥٢٠٠	٦٥٠	٨	-٦٠٠
٤٥٠٠	٧٥٠	٦	٨٠٠-٧٠٠
٤٢٦٠٠	مج	١٠٠	مج

ملحوظة : حد حيسال ويقول الخانة الثالثة بالجدول تتحسب ازاي (س)
بالنسبة للرقم الأول الى هو ١٥٠ جه ازاي ؟
١٠٠ بداية الفئة + ٢٠٠ الى هي بداية الفئة الثانية مقسومة على ٢
١٥٠ = ٢ / ٣٠٠ وهكذا للفئة الى بعد كدة

$$\text{س} = \frac{٤٢٦٠٠}{١٠٠} = ٤٢٦ \text{ جنيه}$$

ثانياً : الوسيط

يعرف الوسيط على أنه القيمة التي تتوسط مجموعة من القيم إذا رتب ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً .

حساب الوسيط من البيانات الغير مبوبة (المفردة)

يعتمد حساب الوسيط من البيانات الغير مبوبة على عدد تلك البيانات فهناك حالتان هما :

(١) إذا كان عدد المفردات فردى (ن فردية)

يوجد رقم واحد يمثل الوسيط ويحسب ترتيبه من العلاقة:

$$٢ / (١ + ن)$$

مثال :

احسب الوسيط من البيانات التالية

$$٢٠ - ١٢ - ١٥ - ١٠ - ٤٠ - ٨٠ - ٦١$$

الحل :

نرتب تصاعدي أولاً :

$$٨٠ \quad ٦١ \quad ٤٠ \quad \boxed{٢٠} \quad ١٥ \quad ١٢ \quad ١٠$$

نحسب ترتيب الوسيط = $(١ + ٧) / ٢ = ٤$ ، ترتيب الوسيط هو الرابع .
الوسيط = ٢٠ .

(٢) إذا كان عدد المفردات زوجى (ن زوجيه)

يوجد رقمين يمثلان الوسيط ويحسب عن طريق إيجاد الوسط الحسابى لهما ويحسب ترتيبه من العلاقة :

$$\{ ن / ٢ ، (١ + ن) / ٢ \}$$

مثال :

احسب الوسيط من البيانات التالية :

$$٤٠ - ٣٣ - ٢٠ - ١٨ - ١٤ - ١٥ - ١٢ - ١٥$$

الحل :

نرتب تصاعدي أولاً :

$$٤٠ \quad ٣٣ \quad ٢٠ \quad \boxed{١٨} \quad \boxed{١٥} \quad ١٥ \quad ١٤ \quad ١٢$$

نحسب ترتيب الوسيط = $(٢ / ٨ ، (١ + ٢ / ٨) = (٤ ، ٥)$ ، ترتيب الوسيط الرابع والخامس وقيمة الوسيط متوسط القيمتين اللتان ترتيبهما الرابع والخامس .

$$\text{الوسيط} = (١٨ + ١٥) / ٢ = ١٦.٥ .$$

حساب الوسيط من البيانات المبوبة

يوجد طرق لحساب الوسيط من البيانات المبوبة هي :

١- الوسيط باستخدام الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

الوسيط = الحد الأدنى للفئة الوسيطة + ترتيب الوسيط - ك م ص السابق
ك م ص اللاحق - ك م ص السابق

حيث :-

ترتيب الوسيط = مج ك / ٢

ك م ص السابق = التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطة

ك م ص اللاحق = التكرار المتجمع الصاعد اللاحق للفئة الوسيطة

ل = طول الفئة .

مثال :-

الجدول التالى يوضح العلاقة بين فئات الدخل بأحد المصانع وعدد العمال المطلوب من واقع بيانات الجدول حساب الوسيط باستخدام جدول التكرار المتجمع الصاعد .

فئات الدخل	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ - ٧٠
عدد العمال	٢٠	٤٠	١٠٠	٣٠	١٠

الحل :-

نكون الجدول التالى :

ف	ك	الحدود الدنيا للفئات	ك م ص
-٢٠	٢٠	أقل من ٢٠	صفر
-٣٠	٤٠	أقل من ٣٠	٢٠
-٤٠	١٠٠	أقل من ٤٠	٦٠
-٥٠	٣٠	أقل من ٥٠	١٦٠
٧٠-٦٠	١٠	أقل من ٦٠	١٩٠
مج	٢٠٠	أقل من ٧٠	٢٠٠

الحد الأدنى
الحد الأعلى

ثم نحسب ترتيب الوسيط = ٢/٢٠٠ = ١٠٠

ثم نبحث داخل عمود (ك م ص) عن القيمتين التى ينحصر بينهما ترتيب الوسيط فنجد أن قيمة ترتيب الوسيط = ١٠٠ محصورة بين (٦٠ - ١٦٠) .

$$\text{الوسيط} = ٤٠ + \frac{٦٠ - ١٠٠}{١٦٠ - ٦٠} \times ١٠٠ = ٤٠ + \frac{٤٠٠}{١٠٠} = ٤٤$$

- الوسيط باستخدام الجدول التكرارى المتجمع الهابط :

الوسيط = الحد الأعلى للفئة الوسيطة - ترتيب الوسيط - ك م هـ اللاحق
 ك م هـ السابق - ك م هـ اللاحق x ل

حيث :-

ترتيب الوسيط = مج ك / ٢

ك م هـ السابق = التكرار المتجمع الهابط السابق للفئة الوسيطة

ك م هـ اللاحق = التكرار المتجمع الهابط اللاحق للفئة الوسيطة

ل = طول الفئة .

مثال :-

الجدول التالى يوضح العلاقة بين فئات الدخل بأحد المصانع وعدد العمال والمطلوب من واقع بيانات الجدول حساب الوسيط باستخدام جدول التكرار المتجمع الهابط .

فئات الدخل	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ - ٧٠
عدد العمال	٢٠	٤٠	١٠٠	٣٠	١٠

الحل :-

نكون الجدول التالى :

ف	ك	الحدود العليا للفئات	ك م ص
٢٠ -	٢٠	٢٠ فأكثر	٢٠٠
٣٠ -	٤٠	٣٠ فأكثر	١٨٠
٤٠ -	١٠٠	٤٠ فأكثر	١٤٠
٥٠ -	٣٠	٥٠ فأكثر	٤٠
٦٠ - ٧٠	١٠	٦٠ فأكثر	١٠
مج	٢٠٠	٧٠ فأكثر	صفر

الحد الأدنى
الحد الأعلى

ك م هـ السابق
ك م هـ اللاحق

ثم نحسب ترتيب الوسيط = $2/200 = 100$

ثم نبحث داخل عمود (ك م هـ) عن القيمتين التى ينحصر بينهما ترتيب الوسيط فنجد أن ١٠٠ محصورة بين (٤٠ - ١٤٠)

$$\text{الوسيط} = \frac{40 - 100}{40 - 140} \times 100 = 50 = 6 - 50 = 100$$

ثالثاً : المنوال :
المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً .

حساب المنوال من البيانات الغير مبوبة
في حالة تكرار رقم واحد يتم اختياره كمنوال أما في حالة تكرار رقمين بنفس عدد مرات التكرار يتم اختيارهما معاً كمنوال أما إذا زاد أحدهما عن الآخر يتم اختيار ذو التكرار الأكبر وفي حالة عدم تكرار أي رقم يكون المنوال قيمته لاشيء أو لا يوجد منوال .

مثال : احسب المنوال في كل من الحالات التالية :-

$$\begin{array}{l} ٧ - ٨ - ٩ - ٨ - ١٠ - ٨ - ١٢ = \text{المنوال} = ٨ \\ ١٠ - ١٢ - ١٠ - ١٥ - ١٢ = \text{المنوال} = ١٠ \\ ١٥ - ١٦ - ١٥ - ٢٠ - ١٦ - ٣٠ = \text{المنوال} = ١٥ ، ١٦ \\ ٢٠ - ٣٠ - ٤٠ - ١٤٠ - ٥٠ - ٦٠ = \text{المنوال} = \text{لا يوجد} \end{array}$$

حساب المنوال من البيانات المبوبة

ولحساب المنوال من البيانات المبوبة وفقاً لطريقة الفروق لبيرسون

$$\text{المنوال} = أ + \frac{ف_١}{ف_١ + ف_٢} \times ل$$

حيث:

أ = الحد الأدنى للفئة المنوالية والمقصود بدايتها .

$$ف_١ = ك - ك - ١$$

$$ف_٢ = ك - ك - ٢$$

ك = تكرار الفئة المنوالية

ك١ = تكرار الفئة التي تسبق الفئة المنوالية

ك٢ = تكرار الفئة التي تلي الفئة المنوالية

ل = طول الفئة

مثال :

أوجد المنوال بطريقة بيرسون من الجدول التالي :

فئات الدخل	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	٧٠-٨٠
عدد العمال	٥	١٢	٢٢	٣٨	٢٢	١٢	٥

الحل :

	ك	ف	
	٥	-١٠	
	١٢	-٢٠	
١ ك	٢٢	-٣٠	
ك	٣٨	-٤٠	أ
٢ ك	٢٢	-٥٠	
	١٢	-٦٠	
	٥	٨٠-٧٠	

ثم نحدد الفئة المنوالية من خلال أكبر رقم في عمود التكرار (وهي الفئة التي يقابلها أعلى تكرار) ثم نحدد الحد الأدنى لهذه الفئة وهو بدايتها وهو $40 = 40$ ، ثم نحدد (ك ، ١ ك ، ٢ ك).

$$\text{نحسب } f_1 = 38 - 22 = 16 = \text{ك} - 1 \text{ ك}$$

$$\text{نحسب } f_2 = 22 - 38 = -16 = \text{ك} - 2 \text{ ك}$$

$$\text{نحسب } l = 10$$

ثم نعوض في القانون :

$$\text{المنوال} = 40 + \frac{16}{16 + 16} \times 10$$

$$\text{المنوال} = 40 + 5 = 45$$

العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال

$$\text{المنوال} = 3 \times \text{الوسيط} - 2 \times \text{الوسط}$$

مثال :

إذا علمت أن قيمة الوسط = ٥ وقيمة الوسيط = ١٠ احسب قيمة المنوال .

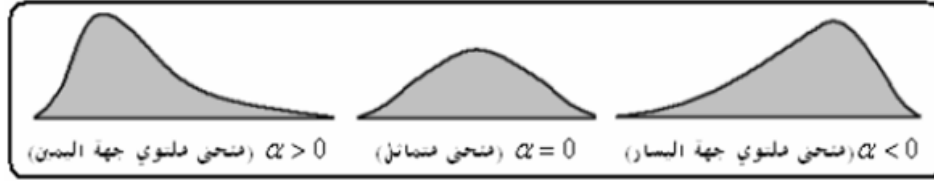
الحل :

$$\text{المنوال} = 3 \times \text{الوسيط} - 2 \times \text{الوسط}$$

$$\text{المنوال} = 3 \times 10 - 2 \times 5$$

$$\text{المنوال} = 30 - 10 = 20$$

تحديد التواء التوزيع مباشرة من مقاييس النزعة المركزية :



(أشكال التوزيع الثلاثة)

١- المنحنى معتدل التوزيع :

عندما يكون :

$$\text{الوسط} = \text{الوسيط} = \text{المنوال}$$

٢- المنحنى ملتوي التواء موجب :

عندما يكون :

$$\text{الوسط} < \text{الوسيط} < \text{المنوال}$$

٣- المنحنى ملتوي التواء سالب :

عندما يكون :

$$\text{الوسط} > \text{الوسيط} > \text{المنوال}$$

مثال

إذا علمت أن قيمة الوسط = ٥ وقيمة الوسيط = ١٠ احسب قيمة المنوال ، ثم حدد نوع التواء التوزيع .

الحل :

$$\text{المنوال} = ٣ \times \text{الوسيط} - ٢ \times \text{الوسط}$$

$$\text{المنوال} = ٣ \times ١٠ - ٢ \times ٥$$

$$\text{المنوال} = ٣٠ - ١٠ = ٢٠$$

نلاحظ أن

$$\text{الوسط} > \text{الوسيط} > \text{المنوال}$$

التوزيع ملتوي التواء سالب .

وانتهت محاضرة مقاييس النزعة المركزية

مع أمنياتي بالتوفيق